Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel

RWTH Aachen, D-52056 Aachen
Tel.:(++49-241) 80 21730
Fax:(++49–241) 8888 215
graedel@informatik.rwth-aachen.de
www-mgi.informatik.rwth-aachen.de/

Entscheidbarkeit und Komplexität von Logikproblemen (SS 01)

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 Beweisen Sie den Satz von Trakhtenbrot für FO-Formeln deren Signatur nur aus zweistelligen Relationen und Konstanten besteht. Modifizieren Sie dazu den in der Vorlesung gegebenen Beweis, indem Sie die funktionale Kodierung von Berechnungen durch eine Kodierung mit binären Relationen ersetzen.

Hinweis: Verwenden Sie Relationen $<$ und S, und erzwingen Sie durch ein geeignetes Axiom $\alpha(<, S, 0)$ dass $<$ eine diskrete lineare Ordnung mit Nachfolgerrelation S und kleinstem Element 0 ist. Verwenden Sie Relationen, welche die Zustände, die Bandsymbole, und die Kopfposition der gegebenen Turingmaschine in ihrem zeitlichen Ablauf kodieren.

Aufgabe 2 Sei X die Menge aller FO-Sätze der Gestalt $\exists x_1 \cdots \exists x_r \forall y_1 \cdots \forall y_s \varphi$, für beliebige $r, s \in \mathbb{N}$ und quantorenfreie, relationale φ. Zeigen Sie dass $Sat(X)$ und $Val(X)$ entscheidbar sind.

Hinweis: Zeigen Sie, dass jeder erfüllbare Satz dieser Gestalt ein Modell mit höchstens r Elementen besitzt.