Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel

RWTH Aachen, D-52056 Aachen
Tel.:(++49-241) 80 21730
Fax:(++49–241) 8888 215
graedel@informatik.rwth-aachen.de
www-mgi.informatik.rwth-aachen.de/

Entscheidbarkeit und Komplexität von Logikproblemen (SS 01)

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Im Entscheidbarkeitsbeweis für S2S benötigt man Automaten für atomare Formeln $X_1 \subseteq X_2$, $\mathrm{Succ}_0(X_1, X_2)$, und $\mathrm{Succ}_1(X_1, X_2)$. Konstruieren Sie solche Automaten.

Aufgabe 2 Sei t ein Σ-Baum, $w \in \{0, 1\}$ ein Knoten von t. Dann ist t_w der Unterbaum von t mit Wurzel w. Ein Σ-Baum t heisst *regulär*, wenn er bis auf Isomorphie nur endlich viele verschiedene Unterbäume t_w enthält. Zeigen Sie: Eine S2S-Formel ψ ist erfüllbar genau dann, wenn ein regulärer Baum t existiert mit $t \models \psi$.
Hinweis: Argumentieren Sie mit einem endlichen Paritätsspiel.

Aufgabe 3 Zeigen Sie, dass WS1S und S1S gleich ausdrucksstark sind.
Hinweis: Zu jedem Büchi-Automaten $\mathcal{A}$ auf ω-Wörtern ist eine WS1S-Formel ψ zu konstruieren, so dass ψ von $\mathcal{A}$ akzeptiert wird gdw. $\alpha \models \psi$. Modifizieren Sie dazu die bereits in einer früheren Übung durchgeführte Konstruktion für S1S.

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass $\mathrm{Th}_{\mathrm{mon}}(\mathbb{Q}, <)$ entscheidbar ist. Hinweis: Alle abzählbaren, dichten linearen Ordnungen ohne Endpunkte sind isomorph zu $(\mathbb{Q}, <)$.