Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, D. Berwanger, A. Blumensath

SS 2002

10. Übung Endliche Modelltheorie

Abgabe: Donnerstag, den 11. 7. in der Vorlesung

Aufgabe 1

Betrachten Sie die Kodierung geordneter Strukturen als Eingaben von Turingmaschinen, wie sie in der Vorlesung vorgestellt wurde. Geben Sie für den Fall einer Signatur aus einem unären Prädikat P und einer zweistelligen Relation R Formeln $\beta_0(\bar{x})$, $\beta_1(\bar{x})$ und $\beta_\square(\bar{x})$ an, welche das Symbol an der Position $\bar{x}$ auf dem Eingabeband definieren.

Aufgabe 2

Beweisen Sie PTIME $\leq$ LFP direkt ohne den Umweg über SO-HORN, indem Sie die Konstruktion einer LFP-Formel skizzieren, welche auf geordneten Strukturen eine gegebene Turingmaschine simuliert.

Aufgabe 3

Das *Spektrum* eines Satzes $\varphi \in$ FO ist die Menge aller $n \in \mathbb{N}$, so daß φ ein Modell $\mathfrak{A}$ der Größe $|A| = n$ hat. Zeigen Sie, daß eine Menge $S \subseteq \mathbb{N}$ genau dann ein Spektrum einer FO-Formel ist, wenn $S \in$ NEXPTIME.

Hinweis: Benutzen Sie den Satz von Fagin.

Aufgabe 4

Sei SO-HORN$_0$ die Variante von SO-HORN, bei denen in den Klauseln neben zweitstufigen Variablen nicht beliebige FO-Formeln, sondern nur Atome und negierte Atome vorkommen dürfen. Zeigen Sie, daß auf geordneten Strukturen, auf welchen zusätzlich die Nachfolgerrelation zur Verfügung steht, beide Logiken äquivalent sind.