Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, T. Ganzow, Ł. Kaiser

SS 2009

10. Übung Logik und Spiele

Abgabe: bis Dienstag, den 14. 7. um 12:00 Uhr am Lehrstuhl oder in der Vorlesung.

Aufgabe 1

(a) Wir betrachten das durch die folgende Matrix gegebene 2-Personen-Spiel:

$$\begin{bmatrix} (2,5) & (1,1) \\ (4,3) & (2,3) \end{bmatrix}$$

Hat dieses Spiel

(i) ein Gleichgewicht in dominanten Strategien?

(ii) ein reines Nash-Gleichgewicht?

(b) Ist für alle Spiele jedes Gleichgewicht in dominanten Strategien auch ein Nash-Gleichgewicht?

(c) Geben Sie ein endliches Zwei-Personen-Spiel in strategischer Form an, das ein eindeutiges (reines) Nash-Gleichgewicht hat, so dass beide Gleichgewichts-Strategien von einer anderen Strategie des jeweiligen Spielers dominiert werden.

Aufgabe 2

(a) Sei $\mu^* = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ ein gemischtes Nash-Gleichgewicht in einem Spiel Γ. Zeigen Sie, dass für jeden Spieler i und jedes Paar von Strategien $s \in \operatorname{supp}(\mu_i)$ und $s' \in S_i$ gilt:

$$\widehat{p}_i(s, \mu_{-i}) \geq \widehat{p}_i(s', \mu_{-i}).$$

(b) Geben Sie alle Nash-Gleichgewichte in gemischten Strategien für das Spiel der Reisenden aus der Vorlesung an.

Hinweis: Zeigen Sie, dass ein Strategieprofil (μ_1, μ_2) genau dann ein Nash-Gleichgewicht ist, wenn auch (μ_2, μ_1) ein Nash-Gleichgewicht ist. Verwenden Sie weiterhin den Satz aus Aufgabenteil (a).

Aufgabe 3

Ein endliches Spiel $\Gamma = (N, (S_i)_{i \in N}, (p_i)_{i \in N})$ in strategischer Form heißt *Potential-Spiel*, falls eine Potentialfunktion $\Phi : S \to \mathbb{R}$ existiert, so dass für alle Strategieprofile $s = (s_1, \dots, s_n) \in S$, alle Spieler i und alle $s'_i \in S_i$ gilt:

$$\Phi(s_i, s_{-i}) - \Phi(s'_i, s_{-i}) = p_i(s_i, s_{-i}) - p_i(s'_i, s_{-i})\,.$$

Zeigen Sie, dass jedes Potential-Spiel ein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien besitzt.