

11. Übung Logik und Spiele

Abgabe: bis Dienstag, den 21. 7. um 12:00 Uhr am Lehrstuhl oder in der Vorlesung.

Aufgabe 1

- (a) Wir betrachten das Spiel „Battle of the Sexes“ aus der Vorlesung, das durch die folgende Matrix gegeben ist:

$$\begin{bmatrix} (2, 1) & (0, 0) \\ (0, 0) & (1, 2) \end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie alle gemischten Nash-Gleichgewichte dieses Spiels.

- (b) Wir betrachten das Spiel „Schere – Stein – Papier“ wie in der Vorlesung definiert. Zeigen Sie, dass das Paar von gemischten Strategien, in dem beide Spieler jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ Stein, Schere oder Papier auszuwählen, das einzige Nash-Gleichgewicht ist.

Aufgabe 2

Wir betrachten ein Spiel, in welchem drei Spieler um einen Gewinn von €1 spielen, indem sie gleichzeitig jeweils eine ganze Zahl zwischen 1 und K wählen (für ein festes K). Diejenigen Spieler deren Zahl am nächsten bei $\frac{2}{3}$ des Mittelwertes aller gewählten Zahlen liegt, teilen den Gewinn gleichmäßig untereinander auf.

- (a) Gibt es Zahlen k , so dass das Strategieprofil (k, k, k) ein Nash-Gleichgewicht ist?
(b) Gibt es Nash-Gleichgewichte anderer Form?

Hinweis: Kann der Spieler, der die höchste Zahl wählt, seinen Gewinn durch Wahl einer anderen Zahl erhöhen?

- (c) Zeigen Sie, dass die von den jeweiligen Spielern gewählte Gleichgewichtsstrategie die einzige rationalisierbare Strategie ist.

Aufgabe 3

Wir betrachten folgende Konkurrenzsituation zwischen zwei Firmen, die beide das gleiche Produkt herstellen, als Spiel in extensiver Form. Zuerst bringt Firma 1 das Produkt in einer Stückzahl von n_1 auf den Markt. Firma 2 beobachtet dies und entscheidet sich daraufhin, eine Stückzahl von n_2 auf den Markt zu bringen. Beiden Firmen entstehen für die Produktion Kosten in Höhe von $5n_i$, und sie erzielen am Markt einen Stückpreis von $p = 80 - (n_1 + n_2)$.

- (a) Bestimmen Sie das subspielperfekte Gleichgewicht.
(b) Welchen Profit erhalten die beiden Firmen, wenn sie dieses Gleichgewicht spielen? Welche Firma profitiert von der Reihenfolge der Entscheidungen?
(c) Geben Sie ein Nash-Gleichgewicht an, in dem Firma 2 ein Marktmonopol hat, und erklären Sie, warum dieses kein subspielperfektes Gleichgewicht ist.