

1. Übung Logik und Spiele

Abgabe: bis Montag, den 22. 4., um 13:30 Uhr im Übungskasten oder in der Vorlesung.

Aufgabe 1

Betrachten Sie die folgenden Definitionen für die Mengen W_σ^n von Knoten, von denen aus Spieler σ eine Strategie hat, in höchstens n Zügen zu gewinnen:

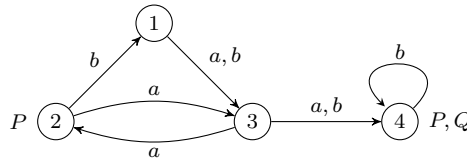
- (i) $W_\sigma^0 := \{v \in V_{1-\sigma} : vE = \emptyset\}$
 $W_\sigma^{n+1} := \{v \in V_\sigma : vE \cap W_\sigma^n \neq \emptyset\} \cup \{v \in V_{1-\sigma} : vE \subseteq W_\sigma^n\}$
- (ii) $\widetilde{W}_\sigma^0 := \{v \in V_{1-\sigma} : vE = \emptyset\}$
 $\widetilde{W}_\sigma^{n+1} := \widetilde{W}_\sigma^n \cup \{v \in V_\sigma : vE \cap \widetilde{W}_\sigma^n \neq \emptyset\} \cup \{v \in V_{1-\sigma} : vE \subseteq \widetilde{W}_\sigma^n\}$

Zeigen Sie, dass beide Definitionen äquivalent sind, d. h. dass $W_\sigma^n = \widetilde{W}_\sigma^n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 2

Werten Sie folgende ML-Formeln auf der gegebenen Kripkestruktur aus, indem Sie das jeweilige Modelchecking-Spiel konstruieren und die Gewinnregionen ermitteln.

- (a) $\varphi_a = \langle a \rangle [b] Q$;
 (b) $\varphi_b = \langle b \rangle [a] (P \vee \langle b \rangle Q)$;
 (c) $\varphi_c = [a] ([b] \neg Q \vee [a] P)$.



Aufgabe 3

Beim (n, k) -Streichholzspiel sind zu Beginn n Streichhölzer gegeben ($n \geq k \geq 1$). Das Spiel wird abwechselnd von zwei Spielern wie folgt gespielt. Der Spieler, der am Zug ist, entfernt mindestens 1 und höchstens k Streichhölzer. Entfernt er dabei das letzte Streichholz, so hat er das Spiel verloren. Ist nach seinem Zug noch mindestens ein Streichholz übrig, so ist der andere Spieler am Zug.

Für welche Wahlen von n und k gewinnt der Startspieler das (n, k) -Streichholzspiel?

Aufgabe 4

Im Doppelzugschach gelten für die Figuren die gleichen Zugregeln wie beim Schach mit der Ausnahme, dass ein Zug im Doppelzugschach aus der Hintereinanderausführung von zwei gewöhnlichen regelkonformen Zügen des gleichen Spielers (aber nicht notwendigerweise mit der gleichen Figur) besteht. Jede Partie wird von Weiß begonnen. Zeigen Sie, dass Schwarz keine Gewinnstrategie im Doppelzugschach hat.