

### 13. Übung Logik und Spiele

Abgabe: bis Mittwoch, den 03.02., um 13:45 Uhr im Übungskasten oder in der Vorlesung.

#### Aufgabe 1

15 Punkte

Zeigen Sie, dass für alle endlichen Spiele  $G = (N, (S_i)_{i \in N}, (p_i)_{i \in N})$  gilt:

- (a)  $PL_i^\infty(S) \neq \emptyset$  für alle  $i \in N$ .
- (b)  $ML_i^\infty(S) \neq \emptyset$  für alle  $i \in N$ .

*Hinweis:* Verfeinern Sie iterativ den Strategieraum eines Spielers, in dem Sie nur solche Strategien beibehalten, die für eine größer werdende Menge von gegnerischen Strategieprofilen maximale Payoffs erzielen.

#### Aufgabe 2

5 Punkte

Wir betrachten das folgende 2-Personen-Spiel, in dem die beiden Spieler jeweils natürliche Zahlen  $x, y \in \mathbb{N}$  wählen (also  $S_1 = S_2 = \mathbb{N}$ ). Die Payoff-Funktionen sind gegeben durch

$$p_1(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x = y + 1, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases} \quad \text{und } p_2(x, y) = p_1(y, x).$$

Berechnen Sie für diesen Fall von unendlichen Strategieräumen die Menge  $PL^\infty$ . Welche Besonderheiten treten auf, die bei endlichen Strategieräumen nicht möglich sind?

#### Aufgabe 3

10 Punkte

Wir betrachten folgende Konkurrenzsituation zwischen zwei Firmen, die beide das gleiche Produkt herstellen, als Spiel in extensiver Form. Zuerst bringt Firma 1 das Produkt in einer Stückzahl von  $n_1$  auf den Markt. Firma 2 beobachtet dies und entscheidet sich daraufhin, eine Stückzahl von  $n_2$  auf den Markt zu bringen. Beiden Firmen entstehen für die Produktion Kosten in Höhe von  $5n_i$ , und sie erzielen am Markt einen Stückpreis von  $p = 80 - (n_1 + n_2)$ .

- (a) Bestimmen Sie das subspielperfekte Gleichgewicht.
- (b) Welchen Profit erhalten die beiden Firmen, wenn sie dieses Gleichgewicht spielen? Welche Firma profitiert von der Reihenfolge der Entscheidungen?