Aufgabe 1

Sind die folgenden Formeln Tautologien, erfüllbar oder unerfüllbar?

(a) $\neg(X \to (Y \to X))$;

(b) $(X \wedge (Y \to \neg X)) \to Y$;

(c) $(\neg X \vee Y) \to (X \wedge \neg Y)$;

(d) $(X \to Y) \vee (Y \to X)$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie durch Äquivalenzumformungen, dass folgende Formeln logisch äquivalent sind:

(a) $X \to (Y \wedge Z)$ und $(X \to Y) \wedge (X \to Z)$;

(b) $(X \wedge Y \wedge Z) \to Q$ und $X \to (Y \to (Z \to Q))$;

(c) $(X \leftrightarrow \neg Y) \vee \neg X$ und $(X \wedge Y) \to \neg(Z \to X)$.

Aufgabe 3

Jedem Wort $w = w_1 \dots w_n$ der Länge n über dem Alphabet $\{0,1\}$ ordnen wir eine aussagenlogische Interpretation $\mathfrak{I}_w : \{X_1, \dots, X_n\} \to \{0,1\}$ durch die Vorschrift $\mathfrak{I}_w(X_i) = 1 \iff w_i = 1$ zu. Eine aussagenlogische Formel $\varphi(X_1, \dots, X_n)$ *axiomatisiert* die Menge aller Wörter $w \in \{0,1\}^n$ mit $\mathfrak{I}_w \models \varphi$.

(a) Beschreiben Sie die durch die Formel $(X_1 \wedge X_2) \vee (X_2 \wedge X_3) \vee (X_1 \wedge X_3)$ axiomatisierte Menge von Wörtern (für $n = 3$).

(b) Geben Sie eine aussagenlogische Formel an, die das Wort $(01)^3$ axiomatisiert.

(c) Geben Sie für jedes n eine aussagenlogische Formel an, die die Menge aller Wörter der Länge n, die nicht das Infix 000 enthalten, axiomatisiert.