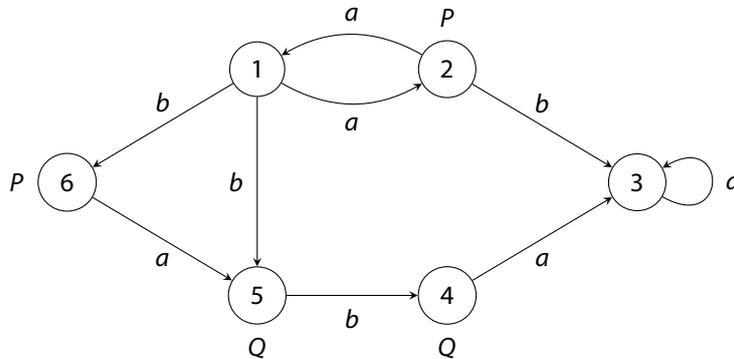


**Aufgabe 1**

Gegeben sei das Transitionssystem  $\mathcal{K} = (\{1, \dots, 6\}, E_a, E_b, P, Q)$  mit zweistelligen Relationen  $E_a, E_b$  und einstelligen Relationen  $P, Q$ , wie folgt:



(a) Geben Sie für jede der folgenden FO-Formeln  $\varphi(x)$  die Menge der  $v$  an, für die  $\mathcal{K} \models \varphi(v)$  gilt:

(i)  $\varphi_1(x) := \forall y (E_a xy \rightarrow \neg Py)$ ;

(ii)  $\varphi_2(x) := \exists y (E_a xy \wedge \forall z \neg E_b yz)$ ;

(iii)  $\varphi_3(x) := \forall y \left( (E_a xy \vee E_b xy) \rightarrow (Qy \wedge \exists z (E_a zy \wedge Pz)) \right)$ .

(b) Geben Sie eine FO-Formel  $\psi(x)$  an, so dass  $\mathcal{K} \models \psi(v)$  gdw.  $v \in \{2, 5, 6\}$ .

**Aufgabe 2**

Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph und  $n \in \mathbb{N}$ . Drücken Sie die folgenden Sachverhalte in  $\text{FO}(\{E\})$  aus. Achten Sie dabei auch auf die freien Variablen.

(a)  $x$  hat mindestens  $n$  direkte Nachfolger in  $G$ ;

(b) es gibt in  $G$  einen Zyklus der Länge 4;

(c) es gibt in  $G$  einen Weg der Länge  $\leq n$  von  $x$  nach  $y$ ;

(d) es gibt eine Clique der Größe  $n$  in  $G$ , die den Knoten  $x$  enthält.