

10. Übung Mathematische Logik

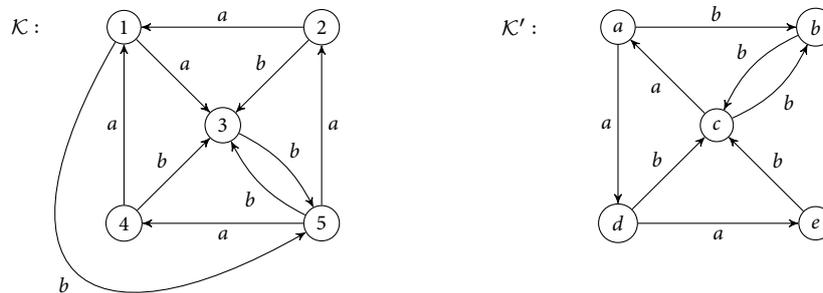
Abgabe: bis 09.07.2009 um 13:30 Uhr am Lehrstuhl.

Geben Sie bitte Namen, Matrikelnummer und die Übungsgruppe an.

Aufgabe 1

6 + 4 Punkte

Wir betrachten folgende Transitionssysteme:



- (a) Bestimmen Sie eine maximale Bisimulation zwischen \mathcal{K} und \mathcal{K}' . Ermitteln Sie dazu alle Knotenpaare (u, v) aus $V_{\mathcal{K}} \times V_{\mathcal{K}'}$, so dass $\mathcal{K}, u \sim \mathcal{K}', v$ gilt. Geben Sie weiterhin für alle Paare, wo dies nicht der Fall ist, die größte Zahl m an, so dass $\mathcal{K}, u \sim_m \mathcal{K}', v$ gilt, und konstruieren Sie eine Modalformel φ der Modaltiefe $m + 1$ mit $\mathcal{K}, u \models \varphi$ und $\mathcal{K}, v \not\models \varphi$.
- (b) Geben Sie ein Transitionssystem \mathcal{K}'' mit minimaler Anzahl von Zuständen an, so dass $\mathcal{K}'', v \sim \mathcal{K}, 1$ für einen geeigneten Zustand v gilt.

Aufgabe 2

2 + 2 + 2 + 2 + 2 Punkte

- (a) Geben Sie jeweils eine LTL-Formel ψ und eine FO-Formel $\varphi(x) \in \text{FO}(<, P, Q, R)$ an, so dass $\mathcal{W}, v_0 \models \psi$ bzw. $\mathcal{W} \models \varphi(v_0)$ genau dann gilt, wenn:
- \mathcal{W} ist unendlich;
 - Zwischen je einem Knoten, wo P gilt und einem Knoten, wo Q gilt, liegt immer ein Knoten, an dem R gilt;
 - es gibt unendlich viele Knoten, an denen P oder Q gilt, aber nur endlich viele, an denen sowohl P als auch Q gilt;

Hierbei bezeichnet v_0 die erste Position im Wort \mathcal{W} .

- (b) Geben Sie jeweils eine CTL-Formel ψ an, so dass $\mathcal{K}, v \models \psi$ genau dann gilt, wenn:
- Auf jedem von v ausgehenden Pfad kommen höchstens zwei Zustände vor, an denen P gilt;
 - auf jedem Pfad gibt es einen Zustand, von dem aus nur endlich viele Zustände erreichbar sind, an denen P gilt.

Aufgabe 3

3 + 4 + 3 Punkte

Schreiben Sie MSO-Formeln, die folgende Sachverhalte über Transitionssysteme ausdrücken:

- (a) Der Graph, der dem Transitionssystem zu Grunde liegt, ist 3-färbbar.
- (b) Der Zustand y ist vom Zustand x via a -Transitionen erreichbar;
Hinweis: Beschreiben Sie zuerst die Menge der von x erreichbaren Zuständen.
- (c) X ist eine Menge von Zuständen, die voneinander nicht erreichbar und von x erreichbar sind.
Hinweis: Benutzen Sie die Formel aus (b).