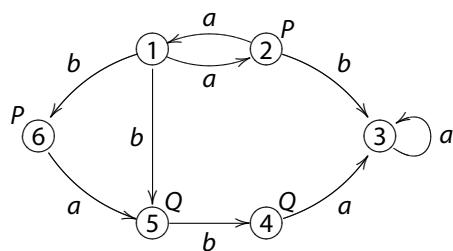


### Aufgabe 1

- (a) Geben Sie alle Redukte der Struktur  $(\mathbb{Z}, +, \cdot, <)$  an.
- (b) Geben Sie alle Substrukturen von  $(\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}, +, \cdot)$  (Addition und Multiplikation modulo 12) an.

### Aufgabe 2

Gegeben sei das Transitionssystem  $\mathcal{K} = (\{1, \dots, 6\}, E_a, E_b, P, Q)$  mit zweistelligen Relationen  $E_a, E_b$  und einstelligen Relationen  $P, Q$ , wie folgt:



- (i) Geben Sie für jede der folgenden Formeln  $\varphi(x)$  die Menge der Zustände  $v$  an, für die  $\mathcal{K} \models \varphi(v)$  gilt.
  - (1)  $\varphi_1(x) := \forall y(E_a x y \rightarrow \neg P y)$ ;
  - (2)  $\varphi_2(x) := \exists y(E_a x y \wedge \forall z \neg E_b y z)$ ;
  - (3)  $\varphi_3(x) := \forall y[(E_a x y \vee E_b x y) \rightarrow (Q y \wedge \exists z(E_a z y \wedge P z))]$ .
- (ii) Geben Sie eine Formel  $\psi(x)$  an, so dass  $\mathcal{K} \models \psi(v)$  genau für die Zustände  $v \in \{2, 5, 6\}$  gilt.