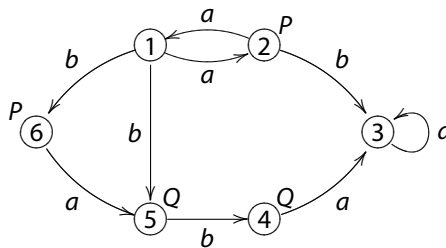


Aufgabe 1

- (a) Geben Sie alle Redukte der Struktur $(\mathbb{Z}, +, \cdot, <)$ an.
- (b) Geben Sie alle Substrukturen von $(\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}, +, \cdot)$ (Addition und Multiplikation modulo 12) an.

Aufgabe 2

Gegeben sei das Transitionssystem $\mathcal{K} = (\{1, \dots, 6\}, E_a, E_b, P, Q)$ mit zweistelligen Relationen E_a, E_b und einstelligen Relationen P, Q , wie folgt:



- (i) Geben Sie für jede der folgenden Formeln $\varphi(x)$ die Menge der Zustände v an, für die $\mathcal{K} \models \varphi(v)$ gilt.
- (1) $\varphi_1(x) := \forall y (E_a x y \rightarrow \neg P y)$;
 - (2) $\varphi_2(x) := \exists y (E_a x y \wedge \forall z \neg E_b y z)$;
 - (3) $\varphi_3(x) := \forall y [(E_a x y \vee E_b x y) \rightarrow (Q y \wedge \exists z (E_a z y \wedge P z))]$.
- (ii) Geben Sie eine Formel $\psi(x)$ an, so dass $\mathcal{K} \models \psi(v)$ genau für die Zustände $v \in \{2, 5, 6\}$ gilt.