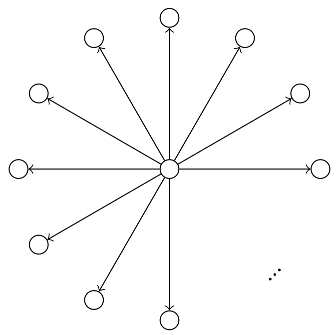
Aufgabe 1

Axiomatisieren Sie die Graphklasse der gerichteten unendlichen Sterne:

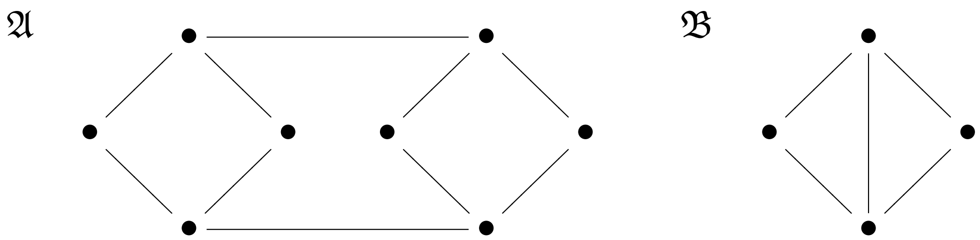


Aufgabe 2

Sei $\tau = \{P, Q\}$. Zeigen Sie, dass die Theorie der überabzählbarten τ-Strukturen $\mathfrak{A}$, in denen $P^{\mathfrak{A}}$ und $Q^{\mathfrak{A}}$ unendlich sind und eine Partition des Universums bilden, vollständig ist. Bleibt die Theorie vollständig, auch wenn $P^{\mathfrak{A}}$ und $Q^{\mathfrak{A}}$ keine Partition bilden?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die kleinste Zahl m mit $\mathfrak{A} \not\equiv_m \mathfrak{B}$. Geben Sie jeweils eine Gewinnstrategie für Herausforderer bzw. Duplikatorin im Spiel $G_m(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ bzw. $G_{m-1}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ an.



Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die Theorie der dichten linearen Ordnungen ohne Endpunkte vollständig ist.

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass die folgenden Strukturen elementar äquivalent sind:

- der unendlich lange ungerichtete Pfad $\mathfrak{P} = (\mathbb{Z}, E)$ mit $E := \{(i, j) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ : \ |i - j| = 1\}$;
- die direkte Summe $\mathfrak{P}_1 \oplus \mathfrak{P}_2 = (\mathbb{Z}_1 \cup \mathbb{Z}_2, E_1 \cup E_2)$ zweier unendlich langer ungerichteter Pfade $\mathfrak{P}_1 = (\mathbb{Z}_1, E_1)$ und $\mathfrak{P}_2 = (\mathbb{Z}_2, E_2)$, wobei $\mathbb{Z}_1$ und $\mathbb{Z}_2$ Kopien von $\mathbb{Z}$ sind.