

Aufgabe 1

Wir betrachten folgende Ordnungen:

- (i) $\mathfrak{A}_1 := (\{1, 2, 3, 4\}, <)$; (iii) $\mathfrak{A}_3 := (\mathcal{P}(\mathbb{N}), \subsetneq)$;
(ii) $\mathfrak{A}_2 := (\mathbb{N}, <)$; (iv) $\mathfrak{A}_4 := (\mathbb{Q}, <)$.

Geben Sie für jede dieser Strukturen \mathfrak{A}_i einen Satz $\varphi_i \in \text{FO}$ an, der sie von den übrigen Strukturen trennt, d.h. $\mathfrak{A}_i \models \varphi_i$ und $\mathfrak{A}_j \models \neg\varphi_i$ für $j \neq i$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die folgenden Relationen in der jeweiligen Struktur nicht elementar definierbar sind:

- (a) $\{-1, 1\}$ in $(\mathbb{Z}, <)$;
(b) die Ordnung \leq in $(\mathbb{Z}, +)$.