

Aufgabe 1

Seien R und S zweistellige sowie T ein dreistelliges Relationssymbol, und sei h ein dreistelliges, g ein zweistelliges, f ein einstelliges sowie c ein nullstelliges Funktionssymbol.

(a) Wandeln Sie die folgenden Formeln zunächst in Negations- und dann in Pränex-Normalform um:

(i) $\varphi_1 := \forall z(fz \neq y \rightarrow \exists x \forall y(Ryz \rightarrow \forall z Sfxz))$

(ii) $\varphi_2 := \forall y \exists z(Syz \wedge \forall z(\forall x(fx = s) \rightarrow \forall x(Ryu \wedge Sxz))) \rightarrow Tyxs.$

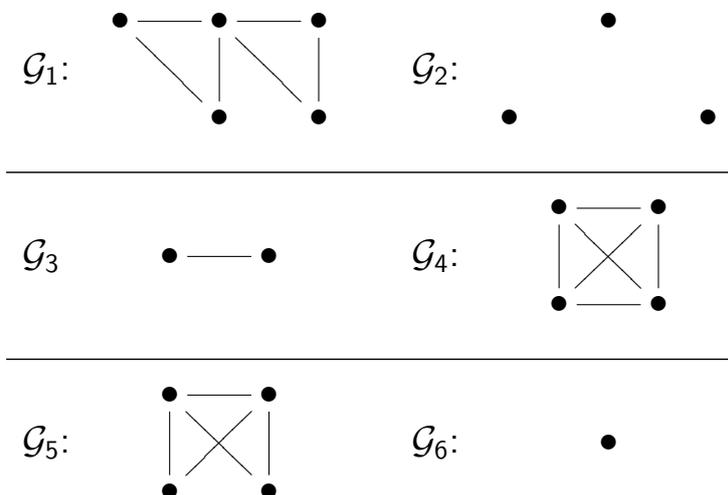
(b) Sei R ein zweistelliges Relationssymbol. Wandeln Sie die Formel

$$\varphi := \forall y(\forall z(Rxz \wedge \neg Ryz) \rightarrow \forall x(Rxz \wedge \exists y(Rxy \wedge Ryz)))$$

in Skolem-Normalform um.

Aufgabe 2

Wir betrachten folgende Graphen $\mathcal{G} = (V, E)$:



Bestimmen Sie, in welchen dieser Graphen folgende Sätze jeweils gelten:

$$\varphi_1 := \exists x_0 \exists x_1 \exists x_2 \exists x_3 (x_1 = x_3);$$

$$\varphi_2 := \forall x \exists y (x = y);$$

$$\varphi_3 := \exists x \exists y \forall z (\neg(x = z) \wedge \neg(y = z) \rightarrow Exz \wedge Eyz);$$

$$\varphi_4 := \forall x \forall y \forall z (Exy \vee Exz \vee Eyz).$$