

Aufgabe 1

- (a) Geben Sie alle Redukte der Struktur $(\mathbb{Z}, +, \cdot, <)$ an.
- (b) Geben Sie alle Substrukturen von (\mathbb{N}, \leq) , von $(\mathbb{N}, S, 0)$ und von (\mathbb{N}, S) an, wobei $S : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ die Nachfolgerfunktion auf \mathbb{N} ist, das heißt $S(n) = n+1$.
- (c) Geben Sie für zwei Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$ die kleinste Substruktur von $(\mathbb{Z}, +, -)$ an, welche m und n enthält. Ist dies eine echte Substruktur?
- (d) Geben Sie alle Substrukturen der Strukturen $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +)$ sowie $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}, +)$ (mit Addition modulo 4 bzw. 5) an.

Aufgabe 2

Sei K ein Körper. Diskutieren Sie Möglichkeiten, einen K -Vektorraum V als eine mathematische Struktur im Sinne von Definition (2.2) darzustellen.