

Aufgabe 1

Sei $<$ ein zweistelliges Relationssymbol. Geben Sie jeweils ein (wenn möglich endliches) Axiomensystem für die folgenden Strukturklassen an:

- (a) $\mathcal{K}_1 = \{(A, <) : < \text{ ist eine dichte lineare Ordnung}\}$;
- (b) $\mathcal{K}_2 = \{(A, <) : |A| \geq 17, \text{ und } < \text{ ist Graph einer Funktion}\}$;
- (c) $\mathcal{K}_3 = \{(A, <) : A \text{ ist unendlich, und } < \text{ ist eine lineare Ordnung mit maximalem und minimalem Element}\}$;
- (d) $\mathcal{K}_4 = \{(A, <) : < \text{ ist eine lineare Ordnung, in der für jedes Element unendlich viele größere Elemente existieren}\}$;
- (e) $\mathcal{K}_5 = \{(A, <) : A \text{ ist endlich, und } < \text{ ist eine dichte lineare Ordnung}\}$.

Aufgabe 2

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph und $n \in \mathbb{N}$. Drücken Sie die folgenden Sachverhalte in $\text{FO}(\{E\})$ aus. Achten Sie dabei auch auf die freien Variablen.

- (a) x hat mindestens n direkte Nachfolger in G ;
- (b) es gibt in G einen Zyklus der Länge 4;
- (c) es gibt in G einen Weg der Länge $\leq n$ von x nach y ;
- (d) es gibt eine Clique der Größe n in G , die den Knoten x enthält.