

Aufgabe 1

- (a) Wir betrachten die Struktur $\mathfrak{Z} = (\mathbb{Z}, <, P)$ wobei $P = 4\mathbb{Z}$. Für welche Elemente $x \in \mathbb{Z}$ ist die Menge $x\mathbb{Z}$ elementar definierbar in \mathfrak{Z} ?
- (b) Zeigen Sie, dass die folgenden Relationen in der Struktur $(\mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0}, \cdot, P, f)$ elementar definierbar sind. Dabei sind \cdot die elementweise Multiplikation, $P = \{(a, b) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \mid a \geq 1, b > 1\}$ und $f((a, b)) = (a, 0)$;
- (i) die einstellige Relation $\{(0, b) \mid b \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$;
 - (ii) die lexikographische Ordnung $(a, b) < (c, d) \Leftrightarrow (a < c)$ oder $(a = c$ und $b < d)$.