

Aufgabe 1

Bestimmen Sie, ob die folgenden Mengen Universen einer Substruktur von $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +)$ sind, und berechnen Sie gegebenenfalls die induzierte Substruktur.

- (a) $\{3\}$
- (b) $\{0, 2\}$

Aufgabe 2

Wir betrachten endliche Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Ein Wort $w = w_0 \cdots w_{n-1}$ entspricht der Struktur

$$\mathfrak{w} := (\{0, \dots, n-1\}, <, P_a, P_b),$$

wobei $<$ die übliche lineare Ordnung ist, und $i \in P_j$ genau dann gilt, wenn $w_i = j$.

Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen FO($\{<, P_a, P_b\}$)-Satz an, der diese definiert.

- (a) $\{w \mid w_i = a \text{ für mind. ein } i\}$
- (b) $\{w \mid w_0 = a \text{ und } w_{n-1} = b\}$
- (c) $\{w \mid abba \text{ kommt als Infix vor}\}$
- (d) $\{w \mid \text{hinter jedem } a \text{ kommt noch mind. ein } b\}$