

Aufgabe 1

Bringen Sie die folgende Formel in Negationsnormalform, Pränex-Normalform und Skolem-Normalform.

$$\exists x \forall y (Rxy \vee \forall z (\neg Rzz \rightarrow Rzx)) \wedge \forall z (\neg (\forall x (Rxx) \rightarrow \forall y Rxy) \vee Rzz)$$

Aufgabe 2

Sei $<$ ein zweistelliges Relationssymbol. Geben Sie jeweils ein (wenn möglich endliches) Axiomensystem für die folgenden Strukturklassen an:

- (a) $\mathcal{K}_1 = \{(A, <) : < \text{ ist eine dichte lineare Ordnung}\}$;
- (b) $\mathcal{K}_2 = \{(A, <) : |A| \geq 17, \text{ und } < \text{ ist Graph einer Funktion}\}$;
- (c) $\mathcal{K}_3 = \{(A, <) : A \text{ ist unendlich, und } < \text{ ist eine lineare Ordnung mit maximalem und minimalem Element}\}$;
- (d) $\mathcal{K}_4 = \{(A, <) : < \text{ ist eine lineare Ordnung, in der für jedes Element unendlich viele größere Elemente existieren}\}$;
- (e) $\mathcal{K}_5 = \{(A, <) : A \text{ ist endlich, und } < \text{ ist eine dichte lineare Ordnung}\}$.

Aufgabe 3

Wir betrachten den Körper $\mathbb{F}_2 = (\{0, 1\}, +, \cdot, 0, 1)$ und die Formel

$$\forall x \exists y (x \cdot y = 0 \wedge x + y = 1) \wedge \neg \forall x (\neg x = 0).$$

Konstruieren Sie das Model-Checking-Spiel und geben Sie eine Gewinnstrategie für die Verifiziererin oder den Falisifizierer an.