

Aufgabe 1

Die Ermittlungen von Privatdetektiv Φ . Malo zu den Verdächtigen X , Y und Z haben folgende Zusammenhänge ergeben:

- (a) Wenn sich Y oder Z als Täter herausstellen, dann ist X unschuldig.
- (b) Ist aber X oder Z unschuldig, dann muss Y der Täter sein.
- (c) Ist Z schuldig, dann ist X Mittäter.

Helfen Sie Φ . Malo den Fall durch Formalisierung in der Aussagenlogik aufzuklären.

Aufgabe 2

Jedem gerichteten Graphen mit Knoten $1, \dots, n$ ordnen wir eine aussagenlogische Interpretation in folgender Weise zu: Jedem Paar (i, k) von Knoten wird eine Variable X_{ik} zugeordnet, die genau dann den Wert 1 erhält, wenn es eine Kante zwischen i und k gibt.

- (a) Geben Sie für jedes n eine Formel an, die aussagt, dass jeder Knoten die gleiche Anzahl von Vorgängern und Nachfolgern hat.
- (b) Konstruieren Sie für jedes n und $i, k, l \leq n$ eine Formel, die ausdrückt, dass es einen Pfad der Länge höchstens l von Knoten i zu k gibt.
- (c) Geben Sie für jedes n eine Formel an, welche ausdrückt, dass der Graph den $K_{3,3}$ nicht als Untergraphen enthält.

Aufgabe 3

Zeigen Sie durch Äquivalenzumformungen, dass folgende Formeln logisch äquivalent sind:

- (a) $X \rightarrow (Y \wedge Z)$ und $(X \rightarrow Y) \wedge (X \rightarrow Z)$;
- (b) $(X \wedge Y \wedge Z) \rightarrow Q$ und $Z \rightarrow (Y \rightarrow (X \rightarrow Q))$;
- (c) $(X \leftrightarrow \neg Y) \vee \neg X$ und $(X \wedge Y) \rightarrow \neg(Z \rightarrow X)$.

Aufgabe 4

Geben Sie an, ob folgende Formeln Tautologien, erfüllbar oder unerfüllbar sind.

(a) $0 \rightarrow X$

(b) $(X \rightarrow \neg Y) \rightarrow \neg Y$

(c) $(Y \wedge \neg Y) \rightarrow 1$

(d) $(X \rightarrow Y) \vee (Y \rightarrow X)$

(e) $(X \rightarrow (Y \wedge Z)) \leftrightarrow (X \rightarrow Y) \wedge (X \rightarrow Z)$