

### Aufgabe 1

- (a) Geben Sie alle Redukte der Struktur  $(\mathbb{Z}, +, \cdot, <)$  an.
- (b) Geben Sie für zwei Zahlen  $m, n \in \mathbb{N}$  die kleinste Substruktur von  $(\mathbb{Z}, +, -)$  an, welche  $m$  und  $n$  enthält. Ist dies eine echte Substruktur?

### Aufgabe 2

Wir betrachten endliche Wörter über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ .

Ein Wort  $w = w_0 \cdots w_{n-1}$  entspricht der Struktur

$$\mathfrak{w} := (\{0, \dots, n-1\}, <, P_a, P_b),$$

wobei  $<$  die übliche lineare Ordnung ist, und  $i \in P_j$  genau dann gilt, wenn  $w_i = j$ .

Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen FO( $\{<, P_a, P_b\}$ )-Satz an, der diese definiert.

- (a)  $\{w \in \Sigma^* : w_0 = a \text{ und } w_{n-1} = b \text{ wobei } n = |w|\}$
- (b)  $\{w \in \Sigma^* : abba \text{ kommt als Infix in } w \text{ vor}\}$
- (c)  $\{w \in \Sigma^* : ba \text{ kommt nicht als Infix in } w \text{ vor}\}$
- (d)  $\{w \in \Sigma^* : \text{ hinter jedem } a \text{ in } w \text{ kommt noch mind. ein } b\}$