Aufgabe 1

(a) Wandeln Sie die folgende Formel zunächst in Negations- und dann in Pränex-Normalform um:

$$\varphi = (\forall x \exists y \neg Rxyz) \to \forall x \neg \forall y (\exists z \neg Rxyz \vee \forall x Rxyz)$$

(b) Wandeln Sie φ nun in Skolem-Normalform um!

Aufgabe 2

Sei $<$ ein zweistelliges Relationssymbol. Geben Sie jeweils ein (wenn möglich endliches) Axiomensystem für die folgenden Strukturklassen an:

(a) $\mathcal{K}_1 = \{(A, <) : <$ ist eine dichte lineare Ordnung$\}$;

(b) $\mathcal{K}_2 = \{(A, <) : <$ ist eine diskrete lineare Ordnung$\}$;

(c) $\mathcal{K}_3 = \{(A, <) : A$ ist unendlich, und $<$ ist eine lineare Ordnung mit maximalem und minimalem Element$\}$;

(d) $\mathcal{K}_4 = \{(A, <) : <$ ist eine lineare Ordnung, in der für jedes Element unendlich viele größere Elemente existieren$\}$;

(e) $\mathcal{K}_5 = \{(A, <) : <$ ist Graph einer Funktion$\}$.

Aufgabe 3

Wir betrachten den Körper $\mathbb{F}_2 = (\{0, 1\}, +, \cdot, 0, 1)$ und die Formel

$$\forall x \exists y (x \cdot y = 0 \wedge x + y = 1) \wedge \neg \forall x (\neg x = 0).$$

Konstruieren Sie das Model-Checking-Spiel und geben Sie eine Gewinnstrategie für die Verifiziererin oder den Falisfizierer an.