Aufgabe 1

Wir definieren die *Doppelresolution* analog zum Resolutionsverfahren aus der Vorlesung, jedoch mit einem neuen Resolventenbegriff: Seien C, C_1, C_2 Klauseln. C heißt *Doppelresolvente* von C_1 und C_2, falls es (nicht notwendigerweise verschiedene) Literale Y, Z gibt, so dass $\{Y, Z\} \subseteq C_1$, $\{\overline{Y}, \overline{Z}\} \subseteq C_2$ und

$$C = (C_1 \setminus \{Y, Z\}) \cup (C_2 \setminus \{\overline{Y}, \overline{Z}\}) .$$

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) Der Doppelresolutionskalkül ist vollständig.

(b) Der Doppelresolutionskalkül ist korrekt.

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie jeweils *semantisch*, dass die folgenden Sequenzen gültig sind, d.h. unter direkter Verwendung der Definition von Gültigkeit über Interpretationen.

(a) $X \to (Y \vee Z),\ \neg(Y \wedge Z) \ \Rightarrow\ X,\ \neg Z;$

(b) $C \to \neg B,\ B \to \neg A \ \Rightarrow\ \neg B,\ \neg(C \vee A).$

Aufgabe 3

Beweisen oder widerlegen Sie die Korrektheit der folgenden Schlussregeln.

(a)

$$\frac{\Gamma, \varphi \ \Rightarrow\ \Delta \qquad \Gamma, \psi \ \Rightarrow\ \Delta}{\Gamma, \varphi \leftrightarrow \neg\psi \ \Rightarrow\ \Delta}$$

(b)

$$\frac{\Gamma, \varphi \ \Rightarrow\ \Delta, \psi}{\Gamma \ \Rightarrow\ \Delta, \varphi \vee \psi}$$