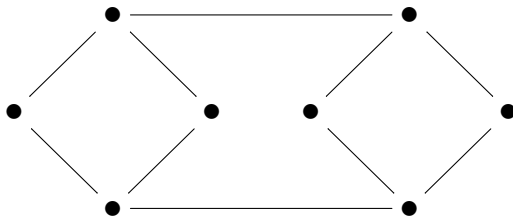


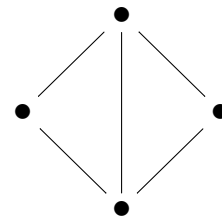
Aufgabe 1

Geben Sie für die folgenden Paare von Strukturen jeweils eine trennende FO-Formel mit minimalem Quantorenrang m sowie eine Gewinnstrategie für die Duplikatorin im Spiel $\mathcal{G}_{m-1}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ an.

(a) \mathfrak{A} :



\mathfrak{B} :



(b) $\mathfrak{A} = (\mathbb{Z}, <^{\mathfrak{A}})$ und $\mathfrak{B} = (\mathbb{Q}, <^{\mathfrak{B}})$, wobei $<$ die übliche Ordnung ist;

Aufgabe 2

(a) Sei $\mathcal{L}_n := (\{0, 1, \dots, n\}, <, \min, \max)$ die lineare Ordnung mit $n + 1$ Elementen, $\min^{\mathcal{L}_n} = 0$ und $\max^{\mathcal{L}_n} = n$. Zeigen Sie, dass für alle n, m mit $n = m$ oder $n, m \geq 2^k$ gilt $\mathcal{L}_n \equiv_k \mathcal{L}_m$.

(b) Folgern Sie, dass es keinen Satz $\varphi \in \text{FO}(\{<\})$ gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\mathcal{L}_n \models \varphi \Leftrightarrow n$ ist gerade.