Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, R. Wilke

SS 2018

12. Übung Mathematische Logik

Abgabe: bis Mittwoch, den 18.07., um 12:15 Uhr im Übungskasten (Informatikzentrum, E1, Erdgeschoss) oder in der Vorlesung.

Da der Übungsbetrieb am 20.07. endet besuchen Sie bitte eines der Tutorien vom 18.07. bis zum 20.07. Ihre korrigierte Übung können Sie ab dem 26.07. bei Richard Wilke (Raum 4114a) abholen.
Geben Sie bitte Namen, Matrikelnummer und die Übungsgruppe oben rechts an.
Übungen, die mit einem Stern markiert sind, sind Bonusaufgaben.

Aufgabe 0 — 5 Punkte

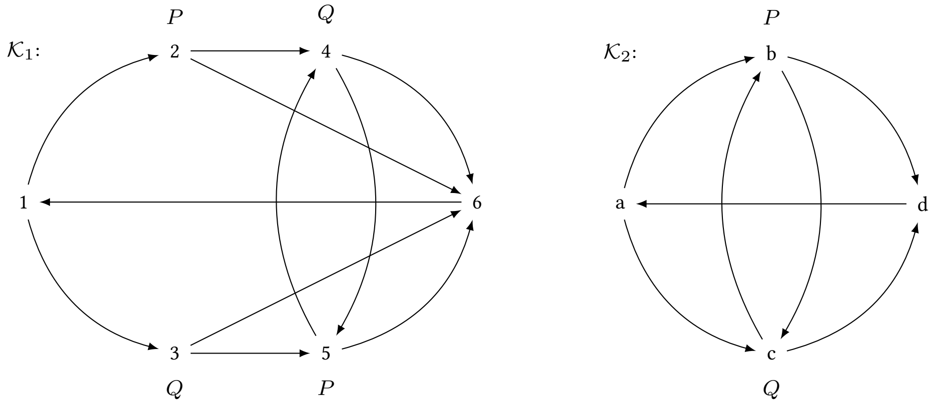
Bearbeiten Sie den eTest im L2P-Lernraum[1].

Aufgabe 1 — 5 Punkte

Seien $\mathcal{K}_1$ und $\mathcal{K}_2$ zwei Kripkestrukturen. Zeigen Sie, dass es eine bzgl. $\subseteq$ *maximale* Bisimulation Z zwischen $\mathcal{K}_1$ und $\mathcal{K}_2$ gibt. D.h. für alle Bisimulationen Z' zwischen den beiden Strukturen gilt $Z' \subseteq Z$.

Aufgabe 2 — 10 Punkte

Geben Sie die maximale Bisimulation Z zwischen $\mathcal{K}_1$ und $\mathcal{K}_2$ an. Begründen Sie für alle $(v, w) \notin Z$, dass diese nicht Teil der Bisimulation sind.



Aufgabe 3 — 6 Punkte

Formulieren Sie die folgenden Aussagen in der Modallogik, oder zeigen Sie, dass dies nicht möglich ist. Dabei betrachten wir Kripkestrukturen der Form $\mathcal{K} = (V, E, P)$.

(a) Der aktuelle Knoten liegt auf einem Kreis der Länge 3.

(b) Es gibt einen Knoten, der mit P beschriftet ist, von dem aus eine Kante zu dem aktuellen Knoten besteht.

(c) Der aktuelle Knoten hat einen Vorgänger, der zu genau den Knoten eine Kante hat, die keine Kante zu sich selbst haben.

[1] https://www3.elearning.rwth-aachen.de/ss18/18ss-19268/

Aufgabe 4* 5* Punkte

Zeigen oder widerlegen Sie jeweils folgende Aussagen.

(a) $X \vee (Y \wedge (Z \rightarrow V))$ ist logisch äquivalent zu einer Horn-Formel.

(b) Wenn $\varphi \Rightarrow \varnothing$ nicht im SK ableitbar ist, dann ist φ eine Tautologie.

(c) Sei E ein zweistelliges Relationssymbol. Zu jeder Formel $\varphi(x) \in \mathrm{FO}^2(\{E\})$ (das Zwei-Variablen-Fragment von $\mathrm{FO}(\{E\})$) gibt es eine Formel $\psi \in \mathrm{ML}$, so dass $\mathcal{K} \models \varphi(v)$ genau dann gilt, wenn $\mathcal{K}, v \models \psi$.

(d) Sei τ eine beliebige Signatur und $\mathfrak{A}$ eine endliche τ-Struktur. Die Klasse aller zu $\mathfrak{A}$ isomorphen τ-Strukturen ist $\mathrm{FO}(\tau)$ axiomatisierbar.

(e) Es gibt keinen Algorithmus der als Eingabe zwei FO-Sätze φ und ψ erhält, und entscheidet, ob diese logisch äquivalent sind.