Aufgabe 1

Zeigen oder widerlegen Sie für die folgenden Klassen von Strukturen jeweils, dass sie FO-axiomatisierbar beziehungsweise endlich FO-axiomatisierbar sind.

(a) Die Klasse der unendlichen Sterne.

(b) Die Klasse der zu $\mathfrak{A}$ elementar äquivalenten Strukturen (für beliebiges $\mathfrak{A}$).

(c) Die Klasse aller zu $(\mathbb{C}, \cdot)$ isomorphen Strukturen.

(d) Die Klasse aller zu $\begin{tikzcd}[row sep=small] & 2 \arrow[dd] \\ 1 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & 3 \end{tikzcd}$ isomorphen Strukturen.

(e) Die Klasse aller Graphen, die beliebig große endliche, aber keine unendlichen Cliquen als Teilgraphen enthält.

(f) $\{\mathfrak{A} \in (\tau) : \text{ex. } \Sigma \in \mathcal{S} \text{ mit } \mathfrak{A} \cong \mathfrak{A}(\Sigma)\}$, wobei $\tau = \{a, f\}$ für ein Konstantensymbol a und eine einstellige Funktion f ist und

- $\mathcal{S} := \{\Sigma_T : \Sigma_T$ die kleinste Menge, die sowohl $T \in \mathcal{T}$ enthält, als auch unter Substitution abgeschlossen ist$\}$,
- $\mathcal{T} := \{T : \emptyset \neq T \subseteq \{f^n a = f^m a : n, m \in \mathbb{N}\}\}$.

Hinweis: Im Tutorium D war Aufgabenteil (e) anders.