- Eine Relation $R \subseteq A^n$ ist in $\mathfrak{A}$ *elementar definierbar*, wenn es eine Formel $\varphi_R(x_1, \dots, x_n)$ gibt, so dass $(a_1, \dots, a_n) \in R$ gdw. $\mathfrak{A} \models \varphi_R(a_1, \dots, a_n)$.
- $\mathfrak{A}$ heißt *starr*, wenn $\mathrm{Aut}(\mathfrak{A}) = \{\mathrm{id}_A\}$.

Aufgabe 1

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die angegebenen Relationen in der jeweiligen Struktur elementar definierbar sind.

(a) $\{2\}$ in $(\mathbb{N}, +)$

(b) $\{2\}$ in $(\mathbb{N}, \cdot)$

(c) $\{2\}$ in $(\mathbb{Z}, <)$

(d) $\{q\}$ in $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ für beliebiges, festes $q \in \mathbb{Q}$

Aufgabe 2

Zeigen oder widerlegen Sie jeweils, dass die Strukturen starr sind.

(a) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$

(b) $(\mathbb{N}, +)$

(c) $(\mathbb{Q}, \mathbb{N})$