

Aufgabe 1

Anja möchte mit ihren Freunden online spielen und überlegt, welche ihrer Freunde sie dafür einladen möchte. Sie muss dabei folgendes beachten:

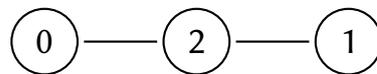
- (i) Wenn sie Dominik einlädt, dann schreibt er Ben an, also muss sie dann auch Ben einladen.
- (ii) Ben spielt nur DotA und Cécile spielt nur LoL, daher kann Anja nicht beide einladen.
- (iii) Cécile und Dominik spielen entweder gemeinsam oder gar nicht.
- (iv) Anja möchte nicht alleine spielen.

Formalisieren Sie Anjas Situation in einer Formel ψ der Aussagenlogik. Wen sollte Anja einladen? Was bedeutet es, wenn ψ unerfüllbar (eine Tautologie) ist? Argumentieren Sie semantisch über Interpretationen.

Aufgabe 2

Wir ordnen einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit $V = \{0, \dots, n-1\}$ die Interpretation \mathfrak{I}_G über der Variablenmenge $\tau_n := \{X_{ij} \mid 0 \leq i < j < n\}$ zu, sodass $\mathfrak{I}_G(X_{ij}) = 1$ genau dann, wenn $\{i, j\} \in E$.

- (a) Geben Sie eine Formel φ mit $\tau(\varphi) = \tau_3$ an, sodass $\mathfrak{I}_G \models \varphi$ exakt für folgenden Graphen gilt:



- (b) Konstruieren Sie für beliebiges $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 0$ eine Formel φ_n , die ausdrückt, dass der Graph vollständig (d.h. eine Clique auf n Knoten) ist. Es soll für alle ungerichteten Graphen G mit Knotenmenge $\{0, \dots, n-1\}$ genau dann $\mathfrak{I}_G \models \varphi_n$ gelten, wenn G vollständig ist.