Aufgabe 1

Sei $\tau := \{P, Q, <\}$ mit zwei einstelligen Relationssymbolen P und Q sowie einem zwistelligen Relationssymbol $<$. Wandeln Sie folgende Formel zuerst in Negationsnormalform, dann weiter in Pränex-Normalform und schließlich in Skolem-Normalform um.

$$\varphi := \quad Py \wedge \exists x(Qx \to \neg\exists z(x \neq z)) \wedge \neg\exists y \forall z(y < z \vee y = z) \quad \in \mathrm{FO}(\tau)$$

Aufgabe 2

Sei f ein einstelliges Funktionssymbol, S und T einstellige Relationssymbole sowie E, R und $<$ zweistellige Relationssymbole. Geben Sie ein, wenn möglich endliches, Axiomensystem für die folgenden Klassen von Strukturen an.

(a) $\mathcal{K}_a := \{(A, R, S, T) \mid R \text{ ist Graph einer Bijektion zwischen } S \text{ und } T\}$

(b) $\mathcal{K}_b :=$

$$\{(A, f, <) \mid\ < \text{ ist eine diskrete lineare Ordnung und } f \text{ ist monoton bzgl. } < \}$$

Hinweis: In einer *diskreten* linearen Ordnung hat jedes Element einen direkten Vorgänger und Nachfolger (minimale und maximale Elemente sind davon ausgenommen).

Eine Funktion $f : A \to A$ ist *monoton* bzgl. $<$ wenn für alle $a, b \in A$ aus $a \leq b$ auch $f(a) \leq f(b)$ folgt.

(c) $\mathcal{K}_c :=$

$$\{(V, E) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph mit beliebig großen endlichen Cliquen}\}$$

Hinweis: Eine *Clique* in einem ungerichteten Graphen ist eine Menge von Knoten, die alle paarweise miteinander durch direkte Kanten verbunden sind.