

## Aufgabe 1

Anja möchte mit ihren Freunden online spielen und überlegt, welche ihrer Freunde sie dafür einladen möchte. Sie muss dabei folgendes beachten:

- (i) Wenn sie Dominik einlädt, dann schreibt er Ben an, also muss sie dann auch Ben einladen.
- (ii) Ben spielt nur DotA und Cécile spielt nur LoL, daher kann Anja nicht beide einladen.
- (iii) Cécile und Dominik spielen entweder gemeinsam oder gar nicht.
- (iv) Anja möchte nicht alleine spielen.

Formalisieren Sie Anjas Situation in einer Formel  $\psi$  der Aussagenlogik. Wen sollte Anja einladen? Was bedeutet es, wenn  $\psi$  unerfüllbar (eine Tautologie) ist? Argumentieren Sie semantisch über Interpretationen.

## Aufgabe 2

Wir ordnen einem ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  mit  $V = \{0, \dots, n-1\}$  die Interpretation  $\mathfrak{I}_G$  über der Variablenmenge  $\tau_n := \{X_{ij} \mid 0 \leq i < j < n\}$  zu, sodass  $\mathfrak{I}_G(X_{ij}) = 1$  genau dann, wenn  $\{i, j\} \in E$ .

- (a) Geben Sie eine Formel  $\varphi$  mit  $\tau(\varphi) = \tau_3$  an, sodass  $\mathfrak{I}_G \models \varphi$  exakt für folgenden Graphen gilt:



- (b) Konstruieren Sie für beliebiges  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n > 0$  eine Formel  $\varphi_n$ , die ausdrückt, dass der Graph vollständig (d.h. eine Clique auf  $n$  Knoten) ist. Es soll für alle ungerichteten Graphen  $G$  mit Knotenmenge  $\{0, \dots, n-1\}$  genau dann  $\mathfrak{I}_G \models \varphi_n$  gelten, wenn  $G$  vollständig ist.