

## Aufgabe 1

Im Spiel „Among Us“ muss eine Raumschiffcrew ihr Schiff reparieren, während sie von sogenannten „Impostors“ sabotiert wird, die sich als Crewmitglieder ausgeben. Anja, Ben und Cécile sind als letzte übrig geblieben und diskutieren darüber, wen sie des Schiffes verweisen wollen, in der Hoffnung, einen Impostor loszuwerden. Dabei stehen folgende Informationen zur Verfügung.

- (1) Die Impostors lügen immer, alle anderen lügen nie.
- (2) Anja beschuldigt Ben und behauptet, er sei ein Impostor.
- (3) Cécile behauptet, sie und Anja seien beide keine Impostors, da Anja ihr angeblich bei der Raumschiffreparatur geholfen hat.
- (4) Ben besteht darauf, dass Cécile und Anja nicht beide die Wahrheit sagen.

(a) Formalisieren Sie die Situation in der Aussagenlogik. Können Sie eindeutig feststellen, wer die Wahrheit sagt und wer die Impostors sind?

(b) Dominik war Impostor und verrät Ihnen zusätzlich:

- (5) Es ist noch genau ein Impostor übrig.

Beantworten Sie Teil (a) erneut mit dieser Information.

*Bemerkung:* Dominik lügt hier nicht, da er nicht mehr im Spiel ist.

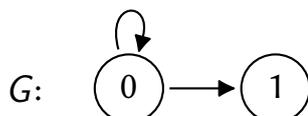
(c) Wie werden Anja, Ben und Cécile ohne die Information (5) abstimmen?

(d) Ist Aussage (1) realistisch?

## Aufgabe 2

Wir ordnen einem gerichteten Graphen  $G = (V, E)$  mit  $V = \{0, \dots, n-1\}$  die Interpretation  $\mathfrak{I}_G$  über der Variablenmenge  $\tau_n := \{X_{ij} \mid 0 \leq i, j < n\}$  zu, sodass  $\mathfrak{I}_G(X_{ij}) = 1$  genau dann, wenn  $(i, j) \in E$ .

(a) Geben Sie eine Formel  $\varphi$  mit  $\tau(\varphi) = \tau_2$  an, sodass  $\mathfrak{I}_G \models \varphi$  unter den gerichteten Graphen mit  $V = \{0, 1\}$  exakt für folgenden Graphen  $G$  gilt.



(b) Konstruieren Sie für beliebiges  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 3$  eine Formel  $\psi_n$ , die auf gerichteten Graphen mit  $n$  Knoten  $\{0, \dots, n-1\}$  ausdrückt, dass der Graph mindestens 3 isolierte Knoten hat.