

Aufgabe 1

Sei $\tau := \{P, Q, <\}$ eine Signatur mit zwei einstelligen Relationssymbolen P und Q sowie einem zweistelligen Relationssymbol $<$. Wandeln Sie folgende Formel zuerst in Negationsnormalform, dann weiter in Pränex-Normalform und schließlich in Skolem-Normalform um.

$$\varphi := \neg Py \wedge \exists x(Qx \rightarrow \neg \exists z(x \neq z)) \wedge \neg \exists y \forall z(y < z \vee y = z) \in \text{FO}(\tau)$$

Aufgabe 2

Sei f ein einstelliges Funktionssymbol, S und T einstellige Relationssymbole sowie E, R und $<$ zweistellige Relationssymbole. Geben Sie für die folgenden Klassen von Strukturen jeweils ein, wenn möglich endliches, Axiomensystem an.

(a) $\mathcal{K}_a := \{(A, R, S, T) \mid R \text{ ist Graph einer Bijektion zwischen } S \text{ und } T\}$

(b) $\mathcal{K}_b := \{(V, E) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph mit beliebig großen endlichen Cliques}\}$

Begriffserklärung: Eine *Clique* ist eine Menge von Knoten, die alle paarweise miteinander direkt durch Kanten verbunden sind.

(c) $\mathcal{K}_c := \{(A, f, <) \mid < \text{ ist eine diskrete lineare Ordnung und } f \text{ ist monoton bzgl. } <\}$

Begriffserklärungen: In einer *diskreten* linearen Ordnung hat jedes nicht-minimale Element einen direkten Vorgänger und jedes nicht-maximale Element einen direkten Nachfolger.

Eine Funktion $f: A \rightarrow A$ ist *monoton* bzgl. $<$ wenn für alle $a, b \in A$ aus $a \leq b$ auch $f(a) \leq f(b)$ folgt.