

Aufgabe 1

Welche der folgenden Formeln sind zu einer Horn-Formel äquivalent?

- (a) $(X \rightarrow Z) \vee (Y \rightarrow Z)$;
- (b) $X \rightarrow (Y \vee Z)$;
- (c) $(\neg X \wedge \neg Y) \vee (\neg X \wedge \neg Z) \vee (Y \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y)$;
- (d) $\neg(X \vee Y \vee Z) \vee (Y \wedge Z) \vee (X \wedge Z) \vee (X \wedge \neg Y \wedge Z)$.

Aufgabe 2

Prüfen Sie mit Hilfe des Erfüllbarkeitstests aus der Vorlesung, ob folgende Formel erfüllbar ist:

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D \rightarrow 0) \wedge (B \wedge C \rightarrow D) \wedge (A \wedge C \rightarrow B) \\ \wedge (C \rightarrow A) \wedge (1 \rightarrow C) \wedge (A \rightarrow D).$$

Aufgabe 3

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- (a) $\Phi \cup \{\psi\} \models \varphi$ genau dann, wenn $\Phi \models \psi \rightarrow \varphi$.
- (b) Gilt $\Phi \models \varphi$, dann auch $\Phi' \models \varphi$ für alle Obermengen $\Phi' \supseteq \Phi$.
- (c) $\Phi \models \varphi$ gilt genau dann, wenn $\Phi \cup \{\neg\varphi\}$ unerfüllbar ist.
- (d) Gilt $\Phi \models \varphi$ und $\Phi \models \neg\varphi$, dann ist Φ unerfüllbar. Ist umgekehrt Φ unerfüllbar, dann gilt $\Phi \models \varphi$ für alle Formeln φ .

Aufgabe 4

Seien Φ und Ψ zwei Formelmengen. Zeigen Sie, dass $\Phi \cup \Psi$ genau dann unerfüllbar ist, wenn es eine Formel η gibt, so dass $\Phi \models \eta$ und $\Psi \models \neg\eta$.