Aufgabe 1

Welche der folgenden Sequenzen sind gültig?

(i) $\varphi(c) \Rightarrow \exists x \varphi(x)$,

(ii) $\varphi(c) \Rightarrow \forall x \varphi(x)$, wobei c nicht in φ vorkommt,

(iii) $\forall x \exists y(\varphi \wedge \psi) \Rightarrow \forall x \exists y \varphi \wedge \forall x \exists y \psi$.

Aufgabe 2

Welche der folgenden Schlussregeln sind korrekt?

$$\text{(i)} \quad \frac{\Gamma,\ \exists x(\varphi(x) \wedge \neg\psi(x)) \Rightarrow \Delta}{\Gamma,\ \varphi(c) \Rightarrow \Delta,\ \psi(c)}$$

$$\text{(ii)} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta \qquad \Gamma' \Rightarrow \Delta'}{\Gamma \cup \Gamma' \Rightarrow \{\varphi \wedge \psi \ :\ \varphi \in \Delta,\ \psi \in \Delta'\}}$$

Aufgabe 3

Welche der folgenden Klassen sind FO-axiomatisierbar, welche endlich axiomatisierbar? Begründen Sie ihre Antwort und geben Sie gegebenenfalls ein Axiomensystem an.

(i) Die Theorie der unendlichen dichten linearen Ordnungen.

(ii) Die Theorie der unendlichen diskreten linearen Ordnungen.

(iii) Die Theorie der unendlichen linearen Ordnungen.

(iv) Die Theorie der endlichen linearen Ordnungen.

(v) Die Theorie der linearen Ordnungen, in denen jedes Intervall unendlich ist.

(vi) Die Theorie der linearen Ordnungen, in denen jedes Intervall endlich ist.