Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen anhand der Resolutionsmethode.

(a) Folgende Formeln sind unerfüllbar:

$$\varphi_1 := (\neg X \vee U \vee \neg Z) \wedge (Y \vee \neg Z) \wedge X \wedge (\neg X \vee \neg Y \vee \neg U) \wedge Z$$
$$\varphi_2 := (Y \vee Z) \wedge (\neg X \vee Y) \wedge (X \vee \neg Z)$$

(b) Folgende Formeln sind allgemeingültig:

$$\varphi_3 := (X \wedge \neg Y) \vee (Y \wedge \neg Z) \vee \neg X \vee Z$$

(c) Folgende Beziehung ist gültig:

$$\{(\neg X \vee \neg Z \vee V \vee Y),\ (X \vee Y),\ (\neg Y \vee \neg Z)\} \models (Z \vee \neg X) \wedge (\neg V \vee \neg Z)$$

Aufgabe 2

Es gibt sechs Personen A, B, C, D, E und F, die jeweils entweder in Gruppe 1 oder Gruppe 2 sind. Gegeben sind folgende Aussagen:

(a) Sowohl A als auch B sind in Gruppe 1.

(b) C ist in Gruppe 2, und wenn D in Gruppe 1 ist, dann ist auch F in Gruppe 1.

(c) A und E sind beide in Gruppe 2.

(d) D ist in Gruppe 2, E ist in Gruppe 1, und wenn C in Gruppe 2 ist, dann ist F in Gruppe 2.

(e) D und B sind beide in Gruppe 2.

Formulieren Sie die Aussagen in der Aussagenlogik, und zeigen Sie mit Hilfe der Resolutionsmethode, dass unter der Voraussetzung, dass alle Aussagen falsch sind, D nicht in Gruppe 2 sein kann.

Aufgabe 3

Wir betrachten ein Spiel, in dem jeder Spieler, wenn er am Zug ist, nur endlich viele Zugmöglichkeiten hat. Beweisen Sie, dass es in einem solchen Spiel beliebig lange endliche Partien nur dann geben kann, wenn es auch unendliche Partien gibt. Mit anderen Worten, es muss einer der folgenden Sachverhalte zutreffen:

(a) entweder gibt es unendlich lange Partien,

(b) oder es gibt eine feste Schranke n, so dass keine Partie länger als n Züge dauern kann.