

Aufgabe 1

Welche der folgenden Sequenzen sind gültig? Begründen Sie ihre Antworten semantisch, d. h. mit Hilfe von Interpretationen, nicht durch Ableitungen im Sequenzkalkül.

$$(a) \quad (X \vee Y), (Z \rightarrow \neg Y) \Rightarrow \neg X \rightarrow \neg Z;$$

$$(b) \quad X \rightarrow (Y \vee Z), \neg(Y \wedge Z) \Rightarrow X, \neg Z.$$

Aufgabe 2

Konstruieren Sie für die folgenden Sequenzen Beweise im Sequenzkalkül oder falsifizierende Interpretationen:

$$(a) \quad X \rightarrow Y \Rightarrow ((Z \rightarrow Y) \rightarrow (X \vee Z)) \rightarrow Y;$$

$$(b) \quad (X \vee Y), Y \rightarrow (Z \vee X) \Rightarrow X, Y \wedge Z.$$

Aufgabe 3

Beweisen oder widerlegen Sie die Korrektheit der folgenden Schlussregeln:

$$(a) \quad \frac{\Gamma, \varphi \Rightarrow \Delta \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi}{\Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$(b) \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi \quad \Gamma, \psi \Rightarrow \Delta, \varphi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \psi}$$

Aufgabe 4

Zwei Formeln heißen *erfüllbarkeitsäquivalent*, wenn entweder beide erfüllbar oder beide unerfüllbar sind. (Erfüllbarkeitsäquivalente Formeln wie etwa X und $\neg X$ müssen natürlich nicht unbedingt äquivalent sein.)

Zeigen Sie, dass es zu jeder Formel in KNF eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel in 3-KNF gibt, die nur polynomiell größer ist.