Aufgabe 1

Seien E und R zweistellige Relationssymbole und f ein zweistelliges Funktionssymbol. Formen Sie folgende Formeln in Pränex- und Skolemnormalform um.

(a) $\psi := [\forall x \exists y Exy \wedge \exists x \forall y \forall z (Exy \wedge Exz \rightarrow y = z)] \rightarrow \forall x Exfyx$.

(b) $\varphi := \forall y [\exists z (Exz \wedge \neg Eyz) \rightarrow \exists x (Efxyz \wedge \forall y Rxy)]$.

Aufgabe 2

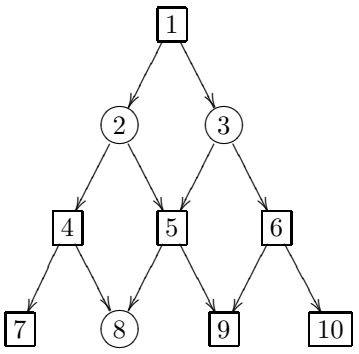
Sei $\mathfrak{F}_3 := (\{0,1,2\}, \cdot, +)$ der Körper mit 3 Elementen. Konstruieren Sie das Auswertungsspiel zur Formel

$$\forall x \, \exists y \, \big(x = y + y \wedge (y = x \cdot x \vee y = x \cdot y)\big),$$

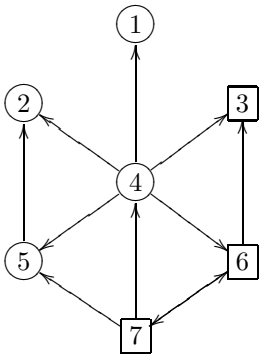
und geben Sie eine Gewinnstrategie für einen der beiden Spieler an.

Aufgabe 3

Wir betrachten folgende Spielgraphen (eingekreiste Knoten gehören Spieler 0).



$\mathcal{G}_1$



$\mathcal{G}_2$

(a) Berechnen Sie die Gewinnregionen W_0 und W_1 in den beiden Spielen.

(b) Sind die Spiele fundiert? Sind sie determiniert?

(c) Gibt es für die beiden Spielgraphen jeweils eine Struktur $\mathfrak{A}$ und einen FO-Satz ψ, so dass der Spielgraph dem Auswertungsspiel $\mathrm{MC}(\mathfrak{A}, \psi)$ entspricht?