Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, V. Bárány, L. Kaiser

SS 2005

13. Übung Mathematische Logik II.

Abgabe: bis Mittwoch, den 20.07. um 11:30 Uhr in der Vorlesung oder am Lehrstuhl

Aufgabe 1

Sei $\mathcal{K} = (V, P, E)$ eine Kripkestruktur und $v \in V$. Formalisieren Sie folgende Eigenschaften im μ-Kalkül.

(a) Es existiert ein Pfad gerade Länge von v aus, der in einem Terminalzustand endet.

(b) Es gibt keinen Pfad von v aus, an dem P unendlich oft gilt.

(c) Von allen von v erreichbaren Zuständen ist ein Zustand in P erreichbar.

Aufgabe 2

(a) Finden Sie CTL-Formeln, welche äquivalent sind zu folgenden L_μ-Formeln:

i. $\mu X.P \vee \Diamond X$
ii. $\mu X.P \wedge \Box X$
iii. $\nu X.\Diamond 1 \wedge \Box X$

(b) Drücken Sie folgende Aussagen durch CTL-Formeln aus:

i. In allen erreichbaren Zuständen schliessen sich ψ und φ gegenseitig aus.
ii. Auf allen Pfaden gilt φ unendlich oft.
iii. Auf allen Pfaden gilt immer nach ψ irgendwann auch φ.

(c) Zeigen Sie, dass CTL $\preceq L_\mu$ und geben Sie eine L_μ-Formel an, die zu keiner CTL-Formel äquivalent ist.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Kripkestruktur $\mathcal{K} = (\{a,b\}^\omega, \{xw \xrightarrow{x} w \mid x \in \{a,b\}, w \in \{a,b\}^\omega\})$ und die beiden L_μ-Formeln $\varphi_1 = \nu Y.\mu X.[a]Y \wedge [b]X$ und $\varphi_2 = \mu X.\nu Y.[a]Y \wedge [b]X$.

(a) Berechnen Sie die Sprachen $L_i = \{w \in \{a,b\}^\omega \mid \mathcal{K}, w \models \varphi_i\}$ für $i = 0, 1$.

(b) Gilt $\varphi_1 \models \varphi_2$ oder $\varphi_2 \models \varphi_1$ über allen Kripkestrukturen?